**ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΑ ΘΕΜΑΤΑ ΟΕΦΕ 2016**

**Α΄ ΦΑΣΗ**

**Μαθηματικά Κατεύθυνσης Γ΄ Λυκείου**

**Πέμπτη 7 Ιανουαρίου 2016**

**ΘΕΜΑ Α**

**Α1.** Να αποδείξετε ότι αν μια συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σ΄ ένα σημείο , τότε είναι

 και συνεχής στο σημείο αυτό.

Μονάδες 9

**Α2. α)** Έστω δύο μεταβλητά μεγέθη x,y που συνδέονται με τη σχέση , όταν f είναι

 μια συνάρτηση παραγωγίσιμη στο . Τι ονομάζουμε ρυθμό μεταβολής του y ως προς

 x στο σημείο ;

Μονάδες 3

 **β)** Πότε μια συνάρτηση  λέγεται συνάρτηση 1-1;

Μονάδες 3

**Α3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας δίπλα, το

 γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι Σωστή ή

 Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

 **α)** 

Μονάδες 2

 **β)** Αν  κοντά στο , τότε κατά ανάγκη .

Μονάδες 2

 **γ)** Αν f είναι συνεχής στο , τότε η f παίρνει μια μέγιστη τιμή Μ και μια ελάχιστη

 τιμή m.

Μονάδες 2

 **δ)** Αν η f είναι συνεχής στο  και η συνάρτηση g είναι συνεχής στο , τότε και η

 σύνθεσή τους  είναι συνεχής στο  πάντοτε.

Μονάδες 2

 **ε)** Η συνάρτηση  είναι παραγωγίσιμη στο  και ισχύει .

Μονάδες 2

**ΘΕΜΑ Β**

Δίνεται η συνάρτηση .

**Β1.** Να εξετάσετε την f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε τις ρίζες και το πρόσημό της.

Μονάδες 6

**Β2.** Να εξετάσετε αν υπάρχει το όριο .

Μονάδες 4

**Β3. α)** Να αποδείξετε ότι η f αντιστρέφεται και να βρεθεί το πεδίο ορισμού της αντίστροφής

 της.

Μονάδες 5

 **β)** Να αποδείξετε ότι η εξίσωση  έχει μοναδική ρίζα.

Μονάδες 3

**Β4.** Αν για τη συνάρτηση  ισχύει:  για κάθε

 , να αποδείξετε ότι ο τύπος της g είναι  και να βρεθεί η αντίστροφή

 της.

 Μονάδες 7

**ΘΕΜΑ Γ**

Έστω f μια συνεχής συνάρτηση στο διάστημα , για την οποία ισχύει

, για κάθε  με .

**Γ1.** Να δείξετε ότι 

 Μονάδες 8

**Γ2.** Δίνεται η συνάρτηση  με . Να βρείτε την παράμετρο k,

 ώστε η g να είναι συνεχής στο πεδίο ορισμού της.

 Μονάδες 6

**Γ3.** Για , να αποδείξετε ότι η εξίσωση  έχει μια τουλάχιστον λύση στο

 διάστημα .

 Μονάδες 6

**Γ4.** Για , να δείξετε ότι η συνάρτηση g δεν είναι 1-1.

 Μονάδες 5

**ΘΕΜΑ Δ**

Δίνεται η συνάρτηση .

Θεωρούμε επίσης τη συνάρτηση  και τον πραγματικό αριθμό , έτσι ώστε:

•  και

• .

Να αποδείξετε ότι:

**Δ1.** Η εξίσωση έχει ακριβώς μία πραγματική ρίζα ρ.

Μονάδες 6

**Δ2.** , όπου ρ η ρίζα του Δ1 ερωτήματος.

Μονάδες 4

**Δ3. α)** Η συνάρτηση g είναι παραγωγίσιμη στο  με .

Μονάδες 5

 **β)** Η εφαπτομένη της  στο σημείο της , εφάπτεται στην  στο σημείο

 .

Μονάδες 5

**Δ4.** Η συνάρτηση  είναι παραγωγίσιμη στο , με 

Μονάδες 5